



TITLE:

レプリカ法によるSKモデルの横磁場効果(スピングラス(リエントラント転移を中心として),研究会報告)

AUTHOR(S):

山本, 哲也; 石井, 廣湖

CITATION:

山本, 哲也 ...[et al]. レプリカ法によるSKモデルの横磁場効果(スピングラス(リエントラント転移を中心として),研究会報告). 物性研究 1987, 48(1): 77-80

ISSUE DATE:

1987-04-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92454>

RIGHT:

と云うものである。

このような、巨大クラスター共存の考えから、例えば相関距離の臨界指数 ν が低次元的(2次元のイジングモデルより小さい)であることや、 r の値が極めて大きいことなどが半定量的に説明できる。また、この共存相は、強磁性ドメインのアナロジーとして、低温領域における強い非可逆性を説明する可能性がある。さらに、このような巨大クラスターの多重共存性は、長距離相互作用極限のSKモデルにおいて、パリシの多重秩序構造に帰着する可能性がある⁷⁾。一方、スピングラス秩序に、このようなセミ・マクロな構造が存在するとなると、その理論的な取り扱いには大きな飛躍が必要となる。今度の研究会で鈴木が指摘したように、通常の繰り込み理論は使えない。その意味で彼が提案したCAMは、その限界を越えるものとして、その発展が期待される。

参考文献

- 1) R. N. Bhatt and A. P. Young, Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 924.
A. T. Ogielski and I. Morgenstern, Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 928.
- 2) P. W. Kasteleyn and C. M. Fortuin, J. Phys. Soc. Jpn. Suppl. **26** (1968) 11.
- 3) Y. Kasai and A. Okiji, Prog. Theor. Phys. **75** (1986) 1076.
- 4) V. A. Vyssotsky, S. B. Gordon, H. L. Frisch and J. M. Hammersley, Phys. Rev. **123** (1961) 1566.
K. K. S. Shante and S. Kirkpatrick, Adv. in Phys. **20** (1974) 1992.
- 5) P. G. de Gennes, J. Physique **37** (1976) L1.
T. A. L. Ziman and R. J. Elliott, J. Phys. **C11** (1978) L847.
- 6) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **69** (1983) 65.
- 7) G. Parisi, J. Phys. **A13** (1980) 1101.
- 7) K. Nemoto and H. Takayama, J. Phys. **C18** (1985) L529.

レプリカ法によるSKモデルの横磁場効果

大阪市大・理 山本 哲也, 石井 廣湖

イジングスピングラスのSherrington-Kirkpatrick (SK) モデルは,¹⁾ 相互作用の無限長距離性ゆえに揺らぎが無視でき、平均場方程式で記述される。我々はこの系の横磁場依存性を

調べてきた。^{2), 3)} 系のハミルトニアンは

$$H = - \sum_{(ij)} J_{ij} \sigma_{iz} \sigma_{jz} + D \sum_i \sigma_{ix}, \quad (1)$$

と書かれ, J_{ij} は $P(J_{ij}) = \sqrt{N/2\pi J^2} \exp[-N J_{ij}^2/2J^2]$ の確率分布で与えられる。横磁場 D は J_{ij} によるスピンの凍結に対して働らく量子効果を表わし, スピングラスの T_c を下げる。Ref. 2 では, 常磁性相の χ により $J\chi(T_c) = 1$ で T_c が与えられることを示し, χ を D の摂動で計算し,

$$\chi = \frac{1}{T} \left[1 - 2 \left(\frac{D}{T} \right)^2 \int_0^1 x(1-x) \exp \left[-2 \left(\frac{J}{T} \right)^2 x(1-x) \right] + \dots \right] \quad (2)$$

を得た。これより $T_c = J [1 - 0.225 (D/J)^2 + \dots]$ が求まる。一方(2)の χ は $T \rightarrow 0$ で, $\chi = (1/T) \times [1 - (TD/J^2)^2 + O(TD/J^2)^4 + \dots]$ となるので, もし高次の項もこのように (TD/J^2) の巾で 0 となり, 且この級数が収束するのならば, D に依らず T_c が存在するのではないかと, Ref. 2 で予想した。これに対し, Bray-Moore⁴⁾ によるレプリカ法を使って, Fedorov-Shender⁵⁾ は D^2 の範囲で Ref. 2 の結果を再導出し, 一方 D の大きい場合はスピングラス凍結はないこと, 即 Ref. 2 の予想は正しくないことを指摘した。そこで我々は, このレプリカ法を検討し Ref. 5 で導かれた方程式を static 近似で解き, 図 1 の相図を得た。この近似では, $D > 2J$ でスピングラス凍結はないことが分かる。研究会では, この結果及び static 近似の評価を報告したが, 研究会終了後, 図 1 と同一の相図が Usadel⁶⁾ によって, レプリカ法とは別の方法ではあるが, 既に発表されていることを知った。そこでこの報告では, static 近似の妥当性についての考察を主として述べることにする。

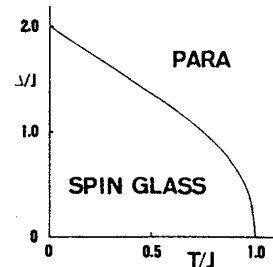


図 1

ハミルトニアンが互いに非可換な項からなる場合にも, 虚時間間の大小順に並べる操作 T 記号のもとではすべての演算子は可換になり, レプリカ法が適用できることに着目し, Bray-Moore⁴⁾ は, SK-Heisenberg モデルで T_c を static 近似で計算した。この方法を Fedorov-Shender⁵⁾ は, (1) に用いた。この理論では常磁性相の自由エネルギーは, 次式で与えられる。

$$F = (N/\beta) \text{Min} \left[\int_0^\beta \int_0^\beta d\tau d\tau' R^2(\tau, \tau') - \ln \text{Tr} T e^{-\beta H_{\text{eff}}} \right], \quad (3)$$

$$-\beta H_{\text{eff}} = J \int_0^\beta \int_0^\beta d\tau d\tau' [R(\tau, \tau') \sigma_z(\tau) \sigma_z(\tau') - D \sigma_x(\tau) \delta(\tau - \tau')].$$

F 極小とする場 $R(\tau, \tau')$ は, self-consistent 方程式

$$R(\tau, \tau') = (J/2) \langle T \sigma_z(\tau) \sigma_z(\tau') \rangle \quad (4)$$

の解で与えられる。ここに $\langle \dots \rangle$ は H_{eff} による熱平均を表わす。 T_c は異なるレプリカ α, β 間に相関の生ずる温度と定義され, (4) の $R(\tau, \tau')$ により

$$1 = 2\beta R_0 \quad (5)$$

の解として与えられる。ただし R_0 は, $R(\tau, \tau')$ の static 成分を表わし, 帯磁率と $2\beta R_0 = J\chi$ の関係があることが示される。

問題は, (4) を如何に解くかであり, Ref. 5 は Δ についての摂動展開で (2) を再導出した。もし, $R(\tau, \tau')$ を R_0 と置いた static 近似を行えば,

$$R_0 = (1/4\beta^2 R_0) \int_0^\infty dx e^{-\frac{x^2}{2}} (x^2 - 1) \cosh \beta E(x) / \int_0^\infty dx e^{-\frac{x^2}{2}} \cosh \beta E(x) \quad (6)$$

となる。ただし, $E(x) = (2JR_0 x^2 + \Delta^2)^{1/2}$ 。これを数値的に解き (5) に代入すると, 先に記したように, 別の方法で Usadel⁶⁾ の得た結果図 1 を得る。(6) を Δ^2 で展開して得られる R_0 は (2) を導くので, static 近似は Δ^2 の範囲迄正しいことが分かる。従って図 1 の Δ の小さな領域は, 我々が Ref. 2 で得た結果と一致する。 Δ の大きい所では, はたして static 近似は正しい結果を与えるかを, static 近似への揺らぎの寄与を摂動として調べてみた。

$R(\tau, \tau') = R_0 + \delta R(\tau, \tau')$ と書いて, (3) の F を δR の 1 次の範囲で展開すると, δR の $\omega_n = 2\pi n/\beta$ 成分を R_n とすれば, $\text{Re} R_n > 0$ と選べば, F は static 近似より下り安定となることが示される。このとき R_0 をきめる (6) の右辺には, この R_n による項が付け加わり, R_0 , 従って χ を static 近似の値より低い側へおし下げる。要するに, 小さな揺らぎを考慮すれば帯磁率が平均場 (static) 近似の値より下り, 且それは Δ^4 の次数からはじまることが示される。以上のことは, 図 1 の境界線は Δ の大きい所では, 更に下方へ押し下げられることを意味する。従って, 少なくとも $\Delta > 2J$ では $T=0$ でも常磁性相に在ることになり, Δ を無摂動系とする χ の J 展開が可能となる。

χ を J の摂動展開で計算してみると, その $T \rightarrow 0$ での数項は, $\chi = (1/\Delta) [1 + (3/8)(J/\Delta)^2 + (71/192)(J/\Delta)^4 + \dots]$ となり, (6) を $T \rightarrow 0$ で解いた, $\chi_{\text{st}} = [\Delta - \sqrt{\Delta^2 - 4J^2}] / 2J^2$ の展開形 $\chi_{\text{st}} = (1/\Delta) [1 + (J/\Delta)^2 + 2(J/\Delta)^4 + \dots]$ と比べて各係数が小さく, χ

χ_{st} を示している。このことから、図1の境界線は d の大きい所で下方に修正されるべきことが分かる。

以上まとめると、(i) infinite rangeのSKモデルは、 d^2 の次数迄static近似で正しく扱えること、(ii) d が大きいとRef. 2の予想に反して、低温迄スピングラス凍結は生じないこと、(iii) d^4 以上の次数ではstatic近似の扱いは、SKモデルでも近似となりスピングラス凍結は揺らぎにより、更に困難となることが結論できる。 χ の J での摂動展開を高次迄進めることで、static近似の結果を改善できるのではないかと考え、現在計算を進めている。

References

- 1) D. Sherrington and S. Kirkpatrick, Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1792.
- 2) H. Ishii and T. Yamamoto, J. Phys. C**18** (1985) 6225.
- 3) H. Ishii and T. Yamamoto, Proceedings of the Taniguchi Symposium on Quantum Monte Carlo Methods in Equilibrium and Non-Equilibrium Systems, ed. M. Suzuki (Springer Verlag, 1987).
- 4) A. J. Bray and M. A. Moore, J. Phys. C**13** (1980) L655.
- 5) Ya. V. Fedorov and E. F. Shender, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **43** (1986) 526 [Sov. Phys. JETP Lett. **43** (1986) 681]
- 6) K. D. Usadel, Solid State Commun. **58** (1986) 629.

McCoy-Wu型ランダムイジング模型

日歯大・新潟歯 松 元 和 幸

神奈川大・工 阿久津 泰 弘

スピングラスなどのランダム系を研究する際には、たとえ特別な場合であっても厳密に解けるモデルを考察することには意味がある。なぜならば近似にたよっていはランダム系の特質を容易に見失ってしまう場合があるからである。ここでは解ける二次元のランダムイジングモデルではもっとも一般的な場合であろうと思われる、拡張されたMcCoy-Wu型ランダムイジングモデルの厳密解を求め、物理量を数値的に評価する。

ここで考える拡張されたMcCoy-Wu型ランダムイジングモデルは次のハミルトニアンで与